

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ  
ім. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»  
Фізико-математичний факультет

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Декан фізико-математичного  
факультету

В.В.Ванін

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020 р.

**Лінійна алгебра – 1:  
Многочлени, матриці, системи лінійних рівнянь  
РОБОЧА ПРОГРАМА  
кредитного модуля**

рівень вищої освіти перший (бакалаврський)

спеціальність 111 «Математика»  
(шифр і назва)

освітня програма \_\_\_\_\_  
(ОПП/ ОНП, назва)

спеціалізація Страхова та фінансова математика  
Математичні та комп'ютерні методи в моделюванні  
динамічних систем  
(назва)

форма навчання денна  
(денна/заочна)

Ухвалено методичною комісією  
фізико-математичного факультету  
Протокол від \_\_\_\_ 2020 р. № \_\_\_\_  
Голова методичної комісії  
\_\_\_\_\_ Н.В.Рева  
« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2020 р.

Робоча програма кредитного модуля «Лінійна алгебра – 1» для студентів за спеціальністю 111 «Математика» освітньо-кваліфікаційного рівня бакалавр, за денною формою навчання складена відповідно до програми навчальної дисципліни «Лінійна алгебра»

Розробники робочої програми:

Доцент, доктор фіз.-мат. наук Горбачук Володимир Мирославович  
(посада, науковий ступінь, вчене звання, прізвище, ім'я, по батькові)

\_\_\_\_\_  
(підпис)

Робочу програму затверджено на засіданні кафедри

математичної фізики

(повна назва кафедри)

Протокол від «\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 року № \_\_\_\_

Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_  
(підпис) В.М.Горбачук

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2020 р.

## 1. Опис кредитного модуля

Галузь знань, спеціальність	Загальні показники	Характеристика кредитного модуля
Галузь знань 11 Математика	Назва навчальної дисципліни, до якої належить кредитний модуль Лінійна алгебра	Форма навчання денна
	Кількість кредитів ECTS 4.5	Статус кредитного модуля Нормативний
	Кількість розділів 6	Цикл до якого належить кредитний модуль природничо-наукової підготовки
Спеціальність 111– «Математика»	Індивідуальне завдання Розрахункова робота	Рік підготовки 1- й
		Семестр 1- й
	Загальна кількість годин 135	Лекції 36 год.
		Практичні 36 год.
	Тижневих годин аудиторних – 5 СРС – 3	Самостійна робота 63 год. У тому числі на виконання індивідуального завдання 8 год.
Вид та форма семестрового контролю: екзамен		

## 2. Мета та завдання кредитного модуля

### 2.1. Мета кредитного модуля.

Метою вивчення модуля є оволодіння основними поняттями та методами лінійної алгебри. Оволодіння основними поняттями та методами лінійної алгебри сприяє формуванню наукового світогляду студента, закладає основу для вивчення таких фундаментальних дисциплін, як диференціальні рівняння, рівняння математичної фізики, інформатика, загальна фізика, динамічні системи та багатьох інших дисциплін.

### 2.2. Основні завдання кредитного модуля.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти після засвоєння кредитного модуля мають продемонструвати такі результати навчання:

#### знати:

- комплексне число;

- многочлен, корінь та кратність кореня многочлена;
- матриця, визначник;
- система лінійних алгебраїчних рівнянь;
- лінійний та евклідовий простір;
- базис простору;

**уміти:**

- виконувати алгебраїчні операції з комплексними числами;
- виконувати ділення многочленів та знаходити найбільші спільні дільники;
- виконувати операції над матрицями;
- обчислювати визначники будь-якого порядку;
- знаходити обернену матрицю та ранг матриці;
- знаходити розв'язки системи лінійних рівнянь матричним методом, методом Крамера та методом Гаусса;
- будувати базис лінійного та евклідового простору;
- проводити ортогоналізацію системи векторів;

**досвід:**

- набути досвід самостійного пошуку необхідних інформаційних матеріалів у мережі Інтернет.

**3. Структура кредитного модуля**

Найменування розділів тем	Кількість годин			
	Всього	Лекції	ПЗ	СРС
Розділ 1. Комплексні числа	11	5	6	
Тема 1.1. Аксиоматичне означення, форми запису та основні операції	11	5	6	
Розділ 2. Многочлени та їх корені	13	7	4	2
Тема 2.1. Операції над многочленами	7	3	2	2
Тема 2.2. Основна теорема алгебри комплексних чисел та її наслідки	6	4	2	
Розділ 3. Матриці та визначники.	22	10	10	2
Тема 3.1. Матриці та визначники	22	10	10	2
Розділ 4. Системи лінійних рівнянь	16	8	6	2
Тема 4.1. Поняття про лінійні системи та їх сумісність	4	2	2	
Тема 4.2. Методи знаходження розв'язків лінійних систем	12	6	4	2
Розділ 5. Лінійні простори	12	6	4	2
Тема 5.1. Аксиоматичне означення лінійного простору. Базис та розмірність	6	2	2	2
Тема 5.2. Ізоморфізм лінійних просторів. Підпростори лінійного простору	6	4	2	

Розділ 6. Евклідові простори	10	6	4	
Тема 6.1. Аксиоматичне означення дійсного евклідового простору та його основні властивості	8	4	4	
Тема 6.2. Комплексний евклідовий простір	2	2		
Розділ 7. Лінійні оператори	3	3		
Тема 7.1. Поняття та основні властивості лінійного оператора	3	3		
МКР	4		2	2
Виконання РГР	8			8
Підготовка до екзамену	36			36
Всього в семестрі 1	135	45	36	54

#### 4. Лекційні заняття

№ з/п	Назва теми лекції та перелік основних питань (перелік дидактичних засобів, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	<b>Комплексні числа – 1.</b> Походження назви алгебра. Основні об'єкти, які вивчаються в алгебрі. Аксиоматичне означення комплексних чисел. Операції над комплексними числами [3, розд. 4].
2	<b>Комплексні числа – 2.</b> Різні форми зображення комплексних чисел. Степінь комплексного числа. Формула Муавра [3, розд. 4].
3	<b>Комплексні числа – 3.</b> Корінь n-го степеня з комплексного числа. [3, розд. 4].
4	<b>Многочлени та їх корені – 1.</b> Поняття многочлена n-го степеня з комплексними коефіцієнтами. Основні операції над многочленами та їх властивості. Дільники многочленів. Найбільший спільний дільник [3, розд. 5].
5	<b>Многочлени та їх корені – 2.</b> Алгоритм Евкліда та схема Горнера. Корені многочленів [3, розд. 5].
6	<b>Многочлени та їх корені – 3.</b> Основна теорема алгебри. Формули В'єта. Многочлени з дійсними коефіцієнтами [3, розд. 5].
7	<b>Матриці та визначники – 1.</b> Поняття матриці. Основні операції над матрицями та їх властивості [2, розд. 1].
8	<b>Матриці та визначники – 2.</b> Поняття визначника. Мінор елемента визначника. Розклад визначника за рядком (стовпцем). Теорема Лапласа [2, розд. 1].
9	<b>Матриці та визначники – 3.</b> Властивості визначників. Алгебраїчне доповнення [2, розд. 1].
10	<b>Матриці та визначники – 4.</b> Визначник суми та добутку матриць.

	Поняття оберненої матриці. Теорема про базисний мінор матриці [2, розд. 1; 3, розд. 2-3].
11	<b>Матриці та визначники – 5.</b> Знаходження оберненої матриці. Методи знаходження рангу матриці [2, розд. 1; 3, розд. 2-3].
12	<b>Системи лінійних рівнянь – 1.</b> Поняття системи лінійних рівнянь та її розв'язку. Нетривіальна сумісність однорідної системи. Умова сумісності загальної лінійної системи [2, розд. 3].
13	<b>Системи лінійних рівнянь – 2.</b> Розв'язування системи лінійних рівнянь, записаних у матричному вигляді. Формули Крамера [2, розд. 3; 3, розд. 2].
14	<b>Системи лінійних рівнянь – 3.</b> Метод Гаусса (метод послідовного виключення невідомих) [2, розд. 3; 3, розд. 2].
15	<b>Лінійні простори – 1.</b> Означення лінійного простору. Властивості довільних лінійних просторів. Базис та розмірність лінійного простору [2, розд. 2].
16	<b>Лінійні простори – 2.</b> Лінійна залежність елементів лінійного простору. Ізоморфізм лінійних просторів. Поняття підпростору та лінійної оболонки [2, розд. 2].
17	<b>Лінійні простори – 3.</b> Сума й перетин підпросторів. Пряме та обернене перетворення базисів [2, розд. 2].
18	<b>Системи лінійних рівнянь – 4.</b> Властивості сукупності розв'язків однорідної системи. Фундаментальна система розв'язків. Загальний розв'язок неоднорідної системи [2, розд. 3].

## 5. Практичні заняття

Основні завдання циклу практичних занять застосування основних методів та теорем до розв'язування конкретних задач лінійної алгебри.

№ з/п	Назва теми заняття та перелік основних питань (перелік дидактичного забезпечення, посилання на літературу та завдання на СРС)
1	<b>Контрольна робота з перевірки початкового рівня знань (КРЗЗ).</b>
2	<b>Основні операції з комплексними числами в алгебраїчній та тригонометричній формах запису.</b> Аудиторна робота – [6], 20.1 а), г); 20.4 а); 20.6 а); 20.8 а) в). Завдання на СРС – [6], 20.1 б), д), ж); 20.4 б); 20.6 б); 20.5 а); 20.8 б).
3	<b>Піднесення до степеня та добування кореня з комплексного числа.</b> Аудиторна робота – [6], 21.1 б), д) н), т); 21.2 а) е); 21.3 а) в). Завдання на СРС – [6], 21.1 а), в), е), з), р), у); 21.2 б), в), ж); 21.3 б).
4	<b>Ділення многочленів з остачею. Алгоритм Евкліда.</b> Аудиторна робота – [7], 539 а); 540; 631 і), а), с. Завдання на СРС – [7], 539 б); 551, 631 б), d), f), j).
5	<b>Схема Горнера. Співвідношення між коефіцієнтами та коренями.</b>

	<p><b>Формули В'єта. Розклад на множники.</b> Аудиторна робота – [6], 26.1 а), г); 26.4 а); 27.1 а), б), в); [7], 543 а), б), с); [6], 28.1 а), б). Завдання на СРС – [6], 26.1 в), д), з), и); 26.3 б); 27.2 а), б), в); [7], 543 d); [6], 27.2 б); 28. 1 в), г).</p>
6	<p><b>Операції над матрицями.</b> Аудиторна робота – [7] 464 а), б), с); 468 б); 469 а); 473, 506. Завдання на СРС – [7] 464 d), f); 465 d); 468 а); 469 б); 470 а), б).</p>
7	<p><b>Обчислення визначників другого та третього порядків. Основні властивості визначників.</b> Аудиторна робота – [7] 128 б), е), h); 138 а); 140; 161; [6] 11.1 а); 11.2 а). Завдання на СРС – [6] 9.2 а), е), ж), к); [7] 465 d); 468 а); 469 б); 470 а), б).</p>
8	<p><b>Обчислення визначників довільного порядку.</b> Аудиторна робота – [6], 10.4(а, в), 11.10, 12.1, 13.2(а); [7], 266(а, с), 269(а), 271. Завдання на СРС – [6], 12.2, 13.1, 13.2(б); [7], 266(б), 269(б), 273, 275, 277, 285, 284.</p>
9	<p><b>Знаходження оберненої матриці.</b> Аудиторна робота – [7], 289 а), с); 290 а); 291 а); 480 а), б), г). Завдання на СРС – [7], 275; 289 б); 290 б), с); 291 б); 480 с), е), ф).</p>
10	<p><b>Матричні рівняння. Різні методи обчислення рангу матриці.</b> Аудиторна робота – [6], 18.3. а); 8.1. а), г); 442(а, с, е, г); [12], 608, 609, 610. Завдання на СРС – [6], 8.1 б), ж), к); 18.3 б), д); [7], 442b), d), f), i).</p>
11	<p><b>Сумісність однорідних та неоднорідних систем лінійних рівнянь. Розв'язування систем лінійних рівнянь, записаних у матричному вигляді. Формули Крамера.</b> Аудиторна робота – [7], 400 а), d), е); 443a), б,) с); 444 а), с), е); 446, 449 а), с); 452, 453, 454. Завдання на СРС – [7], 400 б), с), ф); 443 d), е); 444 б), d); 449 d).</p>
12	<p><b>Метод Гаусса.</b> Аудиторна робота – [7], 400 г); 443 ф); [12], 706, 708, 710, 724. Завдання на СРС – [12], 707, 709, 711, 725, 727.</p>
13	<p><b>Вивчення конкретних лінійних просторів.</b> Аудиторна робота – [12], 1285, 1287, 1289, 1290, 1291, 1294, 1297, 1299. Завдання на СРС – [12], 1286, 1288, 1292, 1298, 1301.</p>
14	<p><b>Лінійна залежність та незалежність елементів лінійного простору. Лінійні оболонки та изоморфізми. Базиси та перетворення базисів.</b> Аудиторна робота – [6], 6.1, 6.3 а), в), д); 6.7 а), д); 6.9 а), г); 6.10 а), в), д); 35.14 а), в); 35.15 а), в), д); [12], 1277, 1280, 1310, 1311, 1312. Завдання на СРС – [6], 6.3 б), г, е); 6.7 б), в); 6.9 б), в); 6.10 б), г); 35.14</p>

	б); 35.15 б); [12], 1278, 1281, 1313, 1318.
15	<b>Побудова фундаментальної системи розв'язків та загального розв'язку неоднорідної системи.</b> Аудиторна робота – [7], 400i), k); 444 f), h), j); [12], 689, 694. Завдання на СРС – [7], 400 j), l); 444 g), i); [12], 690, 692.
16	<b>Вивчення основних властивостей евклідового простору.</b> Аудиторна робота – [9], зан.14, № 1, 3, 5, 6, 7, 8, 21, 24 а). Завдання на СРС – [9], зан.14, № 2, 9, 10, 11, 23, 24 б).
17	<b>Ортогоналізація за Грамом – Шмідтом у евклідовому просторі.</b> Аудиторна робота – [9], зан.15, № 1 а), б), 2, 5, 8, 12 а). Завдання на СРС – [9], зан.15, № 12, 14, 15, 20.
18	<b>МКР</b>

### 8. Самостійна робота

Планується виконання студентами розрахункової роботи (РР – 1).

РР – 1 передбачає індивідуальні завдання студентам з операцій над комплексними числами, операцій над многочленами, операцій над матрицями, обчислення визначників, розв'язування систем лінійних рівнянь.

### 9. Індивідуальна роботи

Планується виконання студентами модульної контрольної роботи (МКР). Мета МКР – перевірка якості засвоєння теоретичного матеріалу та здатності його застосування до розв'язування конкретних задач.

### 10. Контрольні роботи

### 11. Рейтингова система оцінювання результатів навчання

З дисципліни Лінійна алгебра – 1 (Многочлени, матриці, системи лінійних рівнянь)

Кафедра Математичної фізики факультет Фізико - математичний.

Для спеціальності 111 - “Математика”

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

Семестр	Всього	Розподіл видах занять					Кількість МКР	Вид Індивідуальних завдань	Сем. Атест.
		Лекції	Практ.	Семінарська заняття	СРС				
					Всього	У тому числі на виконання індивідуальних семестрових завдань			
1	135	36	36		63	-	1	РГР	екзамен



## 11. Рейтингова система оцінювання результатів навчання

З дисципліни Лінійна алгебра

Кафедра Математичної фізики факультет Фізико-математичний.

Розподіл навчального часу за видами занять і завдань з дисципліни згідно з робочим навчальним планом.

### Система рейтингових балів

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що отримуються за 2 експрес-контролі, 1 модульну контрольну роботу, самостійну роботу та 18 практичних занять. Семестровим контролем є екзамен.

Поточний та підсумковий індивідуальний рейтинг студента ( $R_c$ ) визначаються на основі 100 - бальної R-шкали за формулою

$$R_c = \frac{\sum r_k}{\sum N_k r_{ik}} \times 60$$

де  $\sum r_k$  – сумарна рейтингова оцінка за k - й вид занять, завдань або контрольних заходів,  $r_{ik}$  – ваговий бал заняття,  $N_k$  – кількість занять, завдань або контрольних заходів k- го виду, які фактично відбулися на момент визначення рейтингу.

Шкала вагових балів занять і рейтингових оцінок за видами контролю

Вид	Оцінка(бали)
Практичне заняття	
- ваговий бал	3
- якість роботи	0 - 3
Модульна контрольна робота (к)	
- ваговий бал	30
- якість виконання	0 - 30
Експрес - контроль	
- ваговий бал	10
- якість виконання	0 - 10
Самостійна робота студента	
- ваговий бал	60
- залік із першого пред'явлення	

при поданні в установлений термін	60
- залік із другого пред'явлення	
при поданні в установлений термін	50
- залік із третього пред'явлення	
при поданні в установлений термін	40
- умовний залік при поданні в	
не установлений термін	10

Штрафні та заохочувальні бали:

- пропуск будь - якого заняття, неявка на контрольну роботу або неподання в установлений термін розрахункової роботи або самостійної роботи без поважних причин карається штрафними балами у розмірі вагового балу відповідного виду контролю, тобто рейтингова оцінка пропущеного заняття або невиконаного завдання  $r = 0$  балів,
- заохочувальні бали можуть також нараховуватися в індивідуальному порядку за інші види робіт (наприклад, участь в математичних олімпіадах).

*Розрахунок шкали (R) рейтингу:*

**Залікова складова шкали дорівнює 50% від R, Таким чином, рейтингова шкала з дисципліни складає**

$$- R = R_c + R_e = 100 \text{ балів}$$

Розмір шкали рейтингу  $R=100$  балів.

Розмір стартової шкали  $R_c = 50$  балів.

Розмір екзаменаційної шкали  $R_e = 50$  балів.

Для отримання студентом відповідних оцінок (ECTS та традиційних) його рейтингова оцінка  $R_D$  переводиться згідно з таблицею:

$R_D = R_C + R_E$	Оцінка ECTS	Традиційна оцінка
95...100	A	відмінно
85...94	B	дуже добре
75...84	C	добре
65...74	D	задовільно
60...64	E	достатньо
30...59	Fx	незадовільно
0...29	F	не допущений

## 12. Методичні рекомендації

Лекції з навчальної дисципліни та деякі практичні заняття проводяться з використанням сучасних інформаційних технологій та технічних засобів (ноутбук з відповідним пакетом оригінального програмного забезпечення, комп'ютерний проектор, тощо).

## 13. Рекомендована література

### 13.1. Базова

1. Завало С. Т., Костарчук В. Н., Хацет Б. І. Алгебра і теорія чисел в 2-х ч. - К.: Вищашк., 1974, 1977, 1980 .
2. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре, 4-е изд., доп. / И.М.Гельфанд— М. : Наука, 1971.— 272 с.
3. Ильин В.А. Линейная алгебра : Учеб. для вузов, 4-е изд. / В. А. Ильин, Э.Г.Позняк— М. : Наука, Физматлит, 1999.— 296 с.
4. Калужнін Л.А. Лінійні простори / Л.А.Калужнін, В.А.Вишенський, Ц.О.Шуб— К. : Вищашкола, 1971.— 344с.
5. Ильин В.А., Ким Г.Б. Линейная алгебра. - М.: Изд-во МГУ, 1998.
6. Чарін В. С. Лінійна алгебра / В.С. Чарін. — К. : Техніка, 2004. — 416 с.
7. Шилов Г.Е. Введение в теорию линейных пространств. - М.: Техиздат, 1956 (и последующие издания).

### 13.2. Допоміжна

1. Lay D. C. Linear Algebra and its Applications, 3-rd ed. / D. C. Lay.— Boston, 2005.— 560 p.
2. Poole D. Linear Algebra: A Modern Introduction, 2nd edition / D. Poole.— Brooks/Cole, 2006.— 712 p.

## 13. Інформаційні ресурси

1. Електронний кампус НТУУ «КПІ» Режим доступу: <http://campus.kpi.ua/>.
2. Електронний каталог науково-технічної бібліотеки НТУУ «КПІ». – 2016. – Режим доступу: <http://library.kpi.ua:>.